

ΜΕΡΟΣ Α': Αποτελείται από 6 ασκήσεις και βαθμολογείται με 60 μονάδες. Να λύσετε και τις 6 ασκήσεις. Κάθε άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να κάνετε τις πράξεις:

$$\alpha) (-3a^3) \cdot (-2a) = +6a^4$$

$$\beta) (-12x^4y) : (4x^2y) = -3x^2$$

2. Να υπολογίσετε την τιμή του α , ώστε η εξίσωση $(\alpha - 2)x = 6$ να είναι αδύνατη.

$$\alpha - 2 = 0 \Rightarrow \boxed{\alpha = 2}$$

3. Να αποδείξετε την ταυτότητα:

$$2(3x + 8y) \cdot (y - x) - (x + 2y)(2y - 6x) = 12y^2$$

Α' Μέρος:

$$(6x + 16y)(y - x) - (2xy - 6x^2 + 4y^2 - 12xy) =$$

$$= \cancel{6xy} - \cancel{6x^2} + 16y^2 - \cancel{16xy} - \cancel{2xy} + \cancel{6x^2} - 4y^2 + \cancel{12xy}$$

$$= 16y^2 - 4y^2 = 12y^2 = \text{Β' Μέρος}$$

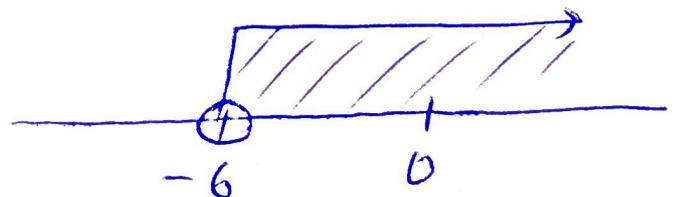
4. Να λύσετε την ανίσωση $5x + 5 > 3x - 7$ και να παραστήσετε τις λύσεις στην ευθεία των πραγματικών αριθμών.

$$5x + 5 > 3x - 7$$

$$\Rightarrow 5x - 3x > -7 - 5$$

$$2x > -12$$

$$x > -6$$



5. Να γράψετε σε μορφή μίας δύναμης τις παραστάσεις:

$$\alpha) 9^3 \cdot 27^{-1} : 3^6 = (3^2)^3 \cdot (3^3)^{-1} : 3^6 = 3^6 \cdot 3^{-3} : 3^6 = 3^3 : 3^6 = 3^{-3}$$

$$\beta) \frac{2^8 \cdot 5^8}{1000} = \frac{(2 \cdot 5)^8}{10^3} = \frac{10^8}{10^3} = 10^5$$

$$\gamma) 7^{-1} \cdot 7^3 + 49 + 6 \cdot (7 : 7^{-1}) - \left(\frac{1}{7^2}\right)^{-1} = 7^2 + \cancel{7^2} + 6 \cdot 7^2 - \cancel{7^2} \\ = 7 \cdot 7^2 = 7^3$$

6. Να λύσετε τις εξισώσεις μιας μεταβλητής, ως προς την μεταβλητή που βρίσκεται στην παρένθεση.

$$x + \beta = 5 \quad (x)$$

$$x = 5 - \beta$$

$$\alpha = \frac{\kappa}{x} \quad (x)$$

$$\alpha \cdot x = \kappa$$

$$\Rightarrow x = \frac{\kappa}{\alpha}$$

$$4(x - \lambda) = 2x + \delta \quad (\lambda)$$

$$4x - 4\lambda = 2x + \delta$$

$$\Rightarrow -4\lambda = 2x + \delta - 4x$$

$$\Rightarrow -4\lambda = \delta - 2x \Rightarrow \lambda = \frac{\delta - 2x}{-4}$$

ΜΕΡΟΣ Β': Αποτελείται από 3 ασκήσεις και βαθμολογείται με 40 μονάδες.

Να λύσετε και τις 3 ασκήσεις.

Δυο ασκήσεις βαθμολογούνται με 15 μονάδες η κάθε μία και μία άσκηση βαθμολογείται με 10 μονάδες.

1. Να βρείτε τις κοινές λύσεις των ανισώσεων, αν υπάρχουν, και να τις παραστήσετε στην ευθεία των πραγματικών αριθμών. Να εκφράσετε τη λύση σε μορφή διαστήματος και να βρείτε τη μικρότερη ακέραια λύση. (10 μονάδες)

$$3(2x-4) - 10x < 4x - 6(x-1)$$

$$6x - 12 - 10x < 4x - 6x + 6$$

$$6x - 10x + 6x - 4x < 12 + 6$$

$$12x - 14x < 18$$

$$-2x < 18$$

$$x > \frac{18}{-2}$$

$$\boxed{x > -9}$$

και

$$\frac{x}{2} + \frac{2(x-1)}{3} \geq x - \frac{x-4}{4}$$

$$6x + 4(x-1) \geq 12x - 3(x-4)$$

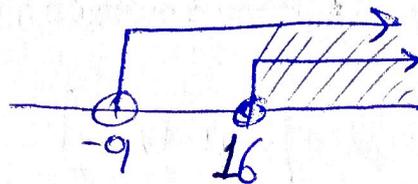
$$6x + 4x - 4 \geq 12x - 3x + 12$$

$$6x + 4x - 12x + 3x \geq 12 + 4$$

$$13x - 12x \geq 16$$

$$x \geq 16$$

$$\boxed{x \geq 16}$$



$$\Rightarrow x \in [16, \infty) \Rightarrow \left. \begin{array}{l} \text{Μικροτερμη} \\ \text{Ακέραια} \\ \text{Λυση} \end{array} \right\} x = 16$$

2. Να υπολογίσετε την τιμή των πιο κάτω παραστάσεων, εφαρμόζοντας τις ιδιότητες των ριζών, χωρίς τη χρήση υπολογιστικής μηχανής. (15 μονάδες)

α) $\sqrt{32 + \sqrt{25 - \sqrt{81}}} = \sqrt{32 + \sqrt{25 - 9}} = \sqrt{32 + \sqrt{16}} = \sqrt{32 + 4} = 6$

β) $\sqrt{3} \cdot (\sqrt{27} - \sqrt{3}) = \sqrt{3} \cdot \sqrt{27} - \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3 \cdot 27} - \sqrt{3 \cdot 3} = \sqrt{81} - \sqrt{9} = 9 - 3 = 6$

γ) $\sqrt{\frac{15}{2}} \cdot \sqrt{\frac{6}{5}} + \sqrt{(-3)^2} + \sqrt{4 \cdot \sqrt[3]{64}} = \sqrt{\frac{15 \cdot 6}{2 \cdot 5}} + \sqrt{9} + \sqrt{4 \cdot 4}$

$$= \sqrt{9} + \sqrt{9} + \sqrt{16}$$

$$= 3 + 3 + 4 = 10$$

3. Δίνονται τα πολυώνυμα $p(x) = 6x^2 - x - 2$ και $r(x) = 3x - 2$.

(15 μονάδες)

α) Να υπολογίσετε:

$$\begin{aligned} p(x) - 2x \cdot [r(x)]^2 &= 6x^2 - x - 2 - 2x(3x-2)^2 = \\ &= 6x^2 - x - 2 - 2x(3x-2)(3x-2) = \\ &= 6x^2 - x - 2 - 2x(9x^2 - 6x - 6x + 4) = \\ &= 6x^2 - x - 2 - 18x^3 + 12x^2 + 12x^2 - 8x = \\ &= 8x^3 + 30x^2 - 9x - 2 \end{aligned}$$

β) Να εξετάσετε αν το $r(x)$ είναι παράγοντας του $p(x)$.

Να δικαιολογήσετε την απάντησή σας.

$$\begin{array}{r|l} 6x^2 - x - 2 & 3x - 2 \\ -6x^2 + 4x & 2x + 1 \\ \hline 3x - 2 & \\ -3x + 2 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Επειδή $υ = 0$

\Rightarrow είναι παράγοντας

γ) Να υπολογίσετε την τιμή του a αν ισχύει η πιο κάτω σχέση:
 $p(-2) - r(a-1) = 5$

$$6 \cdot (-2)^2 - (-2) - 2 - [3(a-1) - 2] = 5$$

$$6 \cdot 4 + 2 - 2 - (3a - 3 - 2) = 5$$

$$24 - 3a + 3 + 2 = 5$$

$$-3a = -24 - 3 - 2 + 5$$

$$-3a = -24$$

$$a = \frac{-24}{-3}$$

$$\boxed{a = +8}$$